Normale lineare Gleichungen

Wenn man in einer Gleichung auf beiden Seiten sowohl konstante Termglieder als auch Variablen und dazu noch Klammern vorfindet, so spricht man von normalen linearen Gleichungen. Bevor man mit dem Lösen mithilfe der elementaren Äquivalenzumformungen beginnt, muss man erst die Klammern ausmultiplizieren. Ein Zusammenfassen von Termgliedern ist ebenfalls nötig. Das bedeutet, dass man nun den Lösungsalgorithmus für lineare Gleichungen vollständig anwenden kann.
Zuerst aber eine einfache normale lineare Gleichung, sozusagen zum Aufwärmen:

$$7x+12=36-5x$$

Man findet auf beiden Seiten die Variable x vor. Also bringt man diese auf die eine Seite der Gleichung

$$\begin{aligned} & 7x+12=36-5x \qquad |+5x \\ \Leftrightarrow\; & 7x+12+5x=36-5x+5x \\ \Leftrightarrow\; & 12x+12=36 \end{aligned}$$

und im Anschluss das konstante Glied 12 auf die andere Seite.

$$\begin{aligned} & 12x+12=36 \qquad |-12 \\ \Leftrightarrow\; & 12x+12-12=36-12 \\ \Leftrightarrow\; & 12x=24 \end{aligned}$$

Abschließend dividiert man durch den Faktor vor der Variablen x, um die Lösungsmenge zu erhalten.

$$\begin{aligned} & 12x=24 \qquad |\div 12 \\ \Leftrightarrow\; & 12x\div 12=24\div 12 \\ \Leftrightarrow\; & x=2 \\ \Rightarrow\; & L=\{2\} \end{aligned}$$

Jetzt wird der Schwierigkeitsgrad leicht erhöht. Wenn man lineare Gleichungen mit Klammern vorfindet, so darf man das Distributivgesetz nicht vergessen. Zusätzlich muss auf ein eventuell auftretendes Minus vor der Klammer achtgegeben werden.
Folgendes Beispiel erläutert das Lösen an Hand des Lösungsalgorithmus für lineare Gleichungen:

$$11-6\cdot(z-1)+3\cdot(2+z)=2\cdot(3z+2)-4\cdot(z-1)$$

Im ersten Schritt müssen die Klammern mithilfe des Distributivgesetzes unter Beachtung der Vorzeichen aufgelöst werden (wie bereits erwähnt).

$$\Leftrightarrow\; 11-6\cdot z+6\cdot 1+3\cdot 2+3\cdot z=2\cdot 3z+2\cdot 2-4\cdot z+4\cdot 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 11-6z+6+6+3z=6z+4-4z+4$$

Im zweiten Schritt fasst man beide Seiten so weit es geht zusammen.

$$11-6z+6+6+3z=6z+4-4z+4$$
$$\Leftrightarrow \quad 23-3z=2z+8$$

Im dritten Schritt bringt man wieder die Variable auf die eine Seite der Gleichung

$$23-3z=2z+8 \qquad |+3z$$
$$\Leftrightarrow \quad 23-3z+3z=2z+8+3z$$
$$\Leftrightarrow \quad 23=5z+8$$

und die Konstante auf die andere.

$$23=5z+8 \qquad |-8$$
$$\Leftrightarrow \quad 23-8=5z+8-8$$
$$\Leftrightarrow \quad 15=5z$$

Und im letzten Schritt muss man wieder durch den Faktor vor der Variablen dividieren.

$$15=5z \qquad |\div 5$$
$$\Leftrightarrow \quad 15\div 5=5z\div 5$$
$$\Leftrightarrow \quad 3=z$$
$$\Rightarrow \quad L=\{3\}$$

Nun noch ein letztes Beispiel, diesmal ohne Kommentare und Zwischenschritte:

$$7(4-a)-28(3a-5)+35=27(a-5)+8(4a-11)-12(3a-7)$$
$$\Leftrightarrow \quad 28-7a-84a+140+35=27a-135+32a-88-36a+84$$
$$\Leftrightarrow \quad 203-91a=23a-139 \qquad |+91a$$
$$\Leftrightarrow \quad 203=114a-139 \qquad |+139$$
$$\Leftrightarrow \quad 342=114a \qquad |\div 114$$
$$\Leftrightarrow \quad 3=a$$
$$\Rightarrow \quad L=\{3\}$$

Übungen:

a) $114+13y=66+7y$

b) $3{,}5-0{,}5(3\varphi-2{,}2)=2{,}5\varphi-0{,}2(5\varphi-8)$

c) $\frac{9}{4}(\frac{3}{2}x-\frac{11}{3})-\frac{5}{6}(\frac{7}{4}+x)=\frac{7}{2}x-\frac{2}{3}(\frac{1}{2}x-\frac{3}{4})$

d) $48-4[-26z-5(1-2z)]=-12z-2\{-3(22z+5)-[8-5(8z-1)]\}$