

## Lösungen zu Gemischte Übungen:

zu 1)  $11a - 6 = 7a + 10$

,  $G = \mathbf{N}$

$$\begin{aligned} & 11a - 6 = 7a + 10 && | +6 \\ \Leftrightarrow & 11a = 7a + 10 + 6 \\ \Leftrightarrow & 11a = 7a + 16 && | -7a \\ \Leftrightarrow & 11a - 7a = 16 \\ \Leftrightarrow & 4a = 16 && | \div 4 \\ \Leftrightarrow & a = 16 \div 4 \\ \Leftrightarrow & x = 4 && , 4 \in \mathbf{N} \\ \Rightarrow & L = \{4\} \end{aligned}$$

zu 2)  $13 - 15b = 3 - 5b$

,  $G = \mathbf{N}$

$$\begin{aligned} & 13 - 15b = 3 - 5b && | +15b \\ \Leftrightarrow & 13 = 3 - 5b + 15b \\ \Leftrightarrow & 13 = 3 + 10b && | -3 \\ \Leftrightarrow & 13 - 3 = 10b \\ \Leftrightarrow & 10 = 10b && | \div 10 \\ \Leftrightarrow & 10 \div 10 = b \\ \Leftrightarrow & 1 = b && , 1 \in \mathbf{N} \\ \Rightarrow & L = \{1\} \end{aligned}$$

zu 3)  $7c - 1 = 7c + 2$

,  $G = \mathbf{N}$

$$\begin{aligned} & 7c - 1 = 7c + 2 && | -7c \\ \Leftrightarrow & 7c - 7c - 1 = 7c - 7c + 2 \\ \Leftrightarrow & -1 = +2 && \text{Widerspruch } \forall c \in \mathbf{N} \\ \Rightarrow & L = \{ \} \end{aligned}$$

zu 4)  $2(3d - 6) = (2d - 4) \cdot 3$  ,  $G = \mathbb{Z}$

	$2(3d - 6) = (2d - 4) \cdot 3$	(ausmultiplizieren)
$\Leftrightarrow$	$6d - 12 = 6d - 12$	$  - 6d$
$\Leftrightarrow$	$6d - 6d - 12 = 6d - 6d - 12$	
$\Leftrightarrow$	$-12 = -12$	wahre Aussage $\forall d \in \mathbb{Z}$
$\Rightarrow$	$L = \mathbb{Z}$	

zu 5)  $2e + 5 = -e + 5$  ,  $G = \mathbb{N}$

	$2e + 5 = -e + 5$	$  + e$
$\Leftrightarrow$	$2e + e + 5 = 5$	
$\Leftrightarrow$	$3e + 5 = 5$	$  - 5$
$\Leftrightarrow$	$3e = 5 - 5$	
$\Leftrightarrow$	$3e = 0$	$  \div 3$
$\Leftrightarrow$	$3e \div 3 = 0$	
$\Leftrightarrow$	$e = 0$	, $0 \notin \mathbb{N}$
$\Rightarrow$	$L = \{ \}$	

zu 6)  $9(3 - 2f) = 4(7 - 4f)$  ,  $G = \mathbb{Z}$

	$9(3 - 2f) = 4(7 - 4f)$	(ausmultiplizieren)
$\Leftrightarrow$	$27 - 18f = 28 - 16f$	$  + 18f$
$\Leftrightarrow$	$27 = 28 - 16f + 18f$	
$\Leftrightarrow$	$27 = 28 + 2f$	$  - 28$
$\Leftrightarrow$	$27 - 28 = 2f$	
$\Leftrightarrow$	$-1 = 2f$	$  \div 2$
$\Leftrightarrow$	$-1 \div 2 = f$	
$\Leftrightarrow$	$-\frac{1}{2} = f$	; $-\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$
$\Rightarrow$	$L = \{ \}$	

zu 7)  $6g + 5 = 7g - 11$

,  $G = \mathbb{Q}$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 6g + 5 = 7g - 11 && | -6g \\ &\Leftrightarrow 5 = 7g - 6g - 11 \\ &\Leftrightarrow 5 = g - 11 && | +11 \\ &\Leftrightarrow 5 + 11 = g \\ &\Leftrightarrow 16 = g && , 16 \in \mathbb{Q} \\ &\Rightarrow L = \{16\} \end{aligned}$$

zu 8)  $2,75h + 3,7 = 0,5(4,6 - 4,5h) - (-1,4 - 5h)$  ,  $G = \mathbb{Q}$

$$\begin{aligned} &2,75h + 3,7 = 0,5(4,6 - 4,5h) - (-1,4 - 5h) && \text{(ausmultiplizieren)} \\ &\Leftrightarrow 2,75h + 3,7 = 2,3 - 2,25h + 1,4 + 5h && \text{(zusammenfassen)} \\ &\Leftrightarrow 2,75h + 3,7 = 3,7 + 2,75h && | -2,75h \\ &\Leftrightarrow 3,7 = 3,7 && \text{wahre Aussage } \forall h \in \mathbb{Q} \\ &\Rightarrow L = \mathbb{Q} \end{aligned}$$

zu 9)  $2i - 17 = 9$

,  $G = \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} &2i - 17 = 9 && | +17 \\ &\Leftrightarrow 2i = 9 + 17 \\ &\Leftrightarrow 2i = 26 && | \div 2 \\ &\Leftrightarrow i = 26 \div 2 \\ &\Leftrightarrow i = 13 && , 13 \in \mathbb{N} \\ &\Rightarrow L = \{13\} \end{aligned}$$

zu 10)  $\frac{1}{14}(28-4j) = 6\frac{2}{7} - 4\frac{4}{7}j$  ,  $G = \mathbb{Z}$

$\frac{1}{14}(28-4j) = 6\frac{2}{7} - 4\frac{4}{7}j$	<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow 2 - \frac{2}{7}j = 6\frac{2}{7} - 4\frac{4}{7}j$	<i>(gemischte Zahlen in unechte Brüche verwandeln)</i>
$\Leftrightarrow 2 - \frac{2}{7}j = \frac{44}{7} - \frac{32}{7}j \quad \left  + \frac{32}{7}j \right.$	
$\Leftrightarrow 2 - \frac{2}{7}j + \frac{32}{7}j = \frac{44}{7}$	
$\Leftrightarrow 2 + \frac{30}{7}j = \frac{44}{7} \quad \left  - 2 \right. \quad \left(2 = \frac{14}{7}\right)$	
$\Leftrightarrow \frac{30}{7}j = \frac{44}{7} - \frac{14}{7}$	
$\Leftrightarrow \frac{30}{7}j = \frac{30}{7} \quad \left  \div \frac{30}{7} \right.$	
$\Leftrightarrow j = \frac{30}{7} \div \frac{30}{7}$	
$\Leftrightarrow i = 1 \quad , \quad 1 \in \mathbb{Z}$	
$\Rightarrow L = \{13\}$	

zu 11)  $2(6k-1) = (8k+3) \cdot 3$  ,  $G = \mathbb{Q}$

$2(6k-1) = (8k+3) \cdot 3$	<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow 12k - 2 = 24k + 9 \quad \left  - 24k \right.$	
$\Leftrightarrow 12k - 24k - 2 = 9$	
$\Leftrightarrow -12k - 2 = 9 \quad \left  + 2 \right.$	
$\Leftrightarrow -12k = 9 + 2$	
$\Leftrightarrow -12k = 11 \quad \left  \div (-12) \right.$	
$\Leftrightarrow k = 11 \div (-12)$	
$\Leftrightarrow k = -\frac{11}{12} \quad , \quad -\frac{11}{12} \in \mathbb{Q}$	
$\Rightarrow L = \left\{-\frac{11}{12}\right\}$	

zu 12)  $\frac{1}{3}(2l-1)+2=\frac{1}{2}(3l-5)$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$\frac{1}{3}(2l-1)+2=\frac{1}{2}(3l-5)$	$ \cdot 6$	<i>(Hauptnenner von 2 und 3 = 6)</i>
$\Leftrightarrow$	$\frac{1}{3}(2l-1)\cdot 6+2\cdot 6=\frac{1}{2}(3l-5)\cdot 6$		<i>(kürzen)</i>
$\Leftrightarrow$	$2(2l-1)+12=3(3l-5)$		<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow$	$4l-2+12=9l-15$		<i>(zusammenfassen)</i>
$\Leftrightarrow$	$4l-10=9l-15$	$ -9l$	
$\Leftrightarrow$	$4l-9l-10=-15$		
$\Leftrightarrow$	$-5l-10=-15$	$ +10$	
$\Leftrightarrow$	$-5l=-15+10$		
$\Leftrightarrow$	$-5l=-5$	$ \div(-5)$	
$\Leftrightarrow$	$l=-5\div(-5)$		
$\Leftrightarrow$	$l=1$	<b><math>1 \in \mathbb{Q}</math></b>	
$\Rightarrow$	$L = \{1\}$		

zu 13)  $3(2m+3)-4(3-m)+5(m-1)+3(4-m)=16$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$3(2m+3)-4(3-m)+5(m-1)+3(4-m)=16$	<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow$	$6m+9-12+4m+5m-5+12-3m=16$	<i>(zusammenfassen)</i>
$\Leftrightarrow$	$12m+4=16$	$ -4$
$\Leftrightarrow$	$12m=16-4$	
$\Leftrightarrow$	$12m=12$	$ \div 12$
$\Leftrightarrow$	$m=12\div 12$	
$\Leftrightarrow$	$m=1$	<b><math>1 \in \mathbb{Q}</math></b>
$\Rightarrow$	$L = \{1\}$	

zu 14)  $4n - 6n(2n + 1) = 16 - 6n(2n + 1)$  ,  $G = \mathbb{Z}$

	$4n - 6n(2n + 1) = 16 - 6n(2n + 1)$	$  + 6(2n + 1)$
$\Leftrightarrow$	$4n = 16$	$  \div 4$
$\Leftrightarrow$	$4n = 16 \div 4$	
$\Leftrightarrow$	$n = 4$	$, 4 \in \mathbb{Z}$
$\Rightarrow$	$L = \{4\}$	

zu 15)  $\frac{1}{2}(3 - 4o) - 4 = 1 - 1,8o$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$\frac{1}{2}(3 - 4o) - 4 = 1 - 1,8o$	<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow$	$1,5 - 2o - 4 = 1 - 1,8o$	<i>(zusammenfassen)</i>
$\Leftrightarrow$	$-2,5 - 2o = 1 - 1,8o$	$  + 2o$
$\Leftrightarrow$	$-2,5 = 1 - 1,8o + 2o$	
$\Leftrightarrow$	$-2,5 = 1 + 0,2o$	$  - 1$
$\Leftrightarrow$	$-2,5 - 1 = 0,2o$	
$\Leftrightarrow$	$-3,5 = 0,2o$	$  \div 0,2$
$\Leftrightarrow$	$-3,5 \div 0,2 = o$	
$\Leftrightarrow$	$o = -17,5$	$, -17,5 \in \mathbb{Q}$
$\Rightarrow$	$L = \{-17,5\}$	

zu 16)  $5(2p - 3) - 8p - 7(p - 3) = 4(3p - 5) - 4p$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$5(2p - 3) - 8p - 7(p - 3) = 4(3p - 5) - 4p$	<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow$	$10p - 15 - 8p - 7p + 21 = 12p - 20 - 4p$	<i>(zusammenfassen)</i>
$\Leftrightarrow$	$-5p + 6 = 8p - 20$	$  - 8p$
$\Leftrightarrow$	$-5p - 8p + 6 = -20$	
$\Leftrightarrow$	$-13p + 6 = -20$	$  - 6$
$\Leftrightarrow$	$-13p = -20 - 6$	
$\Leftrightarrow$	$-13p = -26$	$  \div (-13)$

$\Leftrightarrow$	$p = -26 \div (-13)$	
$\Leftrightarrow$	$p = 2$	$, 2 \in \mathbb{Q}$
$\Rightarrow$	$L = \{2\}$	

zu 17)  $(q+4)^2 - (3q-4)^2 = 8q(4-q)$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$(q+4)^2 - (3q-4)^2 = 8q(4-q)$	<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow$	$q^2 + 8q + 16 - (9q^2 - 24q + 16) = 32q - 8q^2$	
$\Leftrightarrow$	$q^2 + 8q + 16 + -9q^2 + 24q - 16 = 32q - 8q^2$	<i>(zusammenfassen)</i>
$\Leftrightarrow$	$-8q^2 + 32q = 32q - 8q^2$	$  + 8q^2$
$\Leftrightarrow$	$32q = 32q$	$  + 32q$
$\Leftrightarrow$	$0 = 0$	wahre Aussage $\forall q \in \mathbb{Q}$
$\Rightarrow$	$L = \mathbb{Q}$	

zu 18)  $6[2r - 3(r-8)] = 2[5r - (6r+4)]$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$6[2r - 3(r-8)] = 2[5r - (6r+4)]$	<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow$	$6[2r - 3r + 24] = 2[5r - 6r - 4]$	<i>(zusammenfassen)</i>
$\Leftrightarrow$	$6[-r + 24] = 2[-r - 4]$	<i>(ausmultiplizieren)</i>
$\Leftrightarrow$	$-6r + 144 = -2r - 8$	$  + 6r$
$\Leftrightarrow$	$144 = -2r + 6r - 8$	
$\Leftrightarrow$	$144 = 4r - 8$	$  + 8$
$\Leftrightarrow$	$144 + 8 = 4r$	
$\Leftrightarrow$	$152 = 4r$	$  \div 4$
$\Leftrightarrow$	$152 \div 4 = r$	
$\Leftrightarrow$	$38 = r$	$, 38 \in \mathbb{Q}$
$\Rightarrow$	$L = \{38\}$	

zu 19)  $6s + 35 = 5[3s - 4(7s - 5) + 3(8s - 6)]$  ,  $G = \mathbb{Z}$

	$6s + 35 = 5[3s - 4(7s - 5) + 3(8s - 6)]$	(ausmultiplizieren)
$\Leftrightarrow$	$6s + 35 = 5[3s - 28s + 20 + 24s - 18]$	(zusammenfassen)
$\Leftrightarrow$	$6s + 35 = 5[-s + 2]$	(ausmultiplizieren)
$\Leftrightarrow$	$6s + 35 = -5s + 10$	+ 5s
$\Leftrightarrow$	$6s + 5s + 35 = 10$	
$\Leftrightarrow$	$11s + 35 = 10$	- 35
$\Leftrightarrow$	$11s = 10 - 35$	
$\Leftrightarrow$	$11s = -25$	$\div 11$
$\Leftrightarrow$	$s = -25 \div 11$	
$\Leftrightarrow$	$s = -\frac{25}{11}$ , $-\frac{25}{11} \notin \mathbb{Z}$	
$\Rightarrow$	$L = \{ \}$	

zu 20)  $3t(1 - 2t) - (6t + 1)(8 - t) = 80$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$3t(1 - 2t) - (6t + 1)(8 - t) = 80$	(ausmultiplizieren)
$\Leftrightarrow$	$3t - 6t^2 - (48t - 6t^2 + 8 - t) = 80$	(zusammenfassen)
$\Leftrightarrow$	$3t - 6t^2 - (47t - 6t^2 + 8) = 80$	(Klammer auflösen)
$\Leftrightarrow$	$3t - 6t^2 - 47t + 6t^2 - 8 = 80$	(zusammenfassen)
$\Leftrightarrow$	$-44t - 8 = 80$	+ 8
$\Leftrightarrow$	$-44t = 80 + 8$	
$\Leftrightarrow$	$-44t = 88$	$\div (-44)$
$\Leftrightarrow$	$t = 88 \div (-44)$	
$\Leftrightarrow$	$t = -2$ , $-2 \in \mathbb{Q}$	
$\Rightarrow$	$L = \{-2\}$	



zu 21)  $(u+4)^2 - (3u-4)^2 = 8u(4-u) + 2u$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$(u+4)^2 - (3u-4)^2 = 8u(4-u) + 2u$	(ausmultiplizieren)
$\Leftrightarrow$	$u^2 + 8u + 16 - (9u^2 - 24u + 16) = 32u - 8u^2 + 2u$	(Klammer auflösen)
$\Leftrightarrow$	$u^2 + 8u + 16 - 9u^2 + 24u - 16 = 32u - 8u^2 + 2u$	(zusammenfassen)
$\Leftrightarrow$	$-8u^2 + 32u = 34u - 8u^2$	$  + 8u^2$
$\Leftrightarrow$	$32u = 34u$	$  - 32u$
$\Leftrightarrow$	$0 = 34u - 32u$	
$\Leftrightarrow$	$0 = 2u$	$  \div 2$
$\Leftrightarrow$	$0 = 2u \div 2$	
$\Leftrightarrow$	$0 = u$ , $0 \in \mathbb{Q}$	
$\Rightarrow$	$L = \{0\}$	

zu 22)  $(v+3)(3-v) - 4(1+v)^2 = (-2-v)^2 - 6v^2$  ,  $G = \mathbb{Q}$

	$(v+3)(3-v) - 4(1+v)^2 = (-2-v)^2 - 6v^2$	(präparieren mit Hilfe $a+b=b+a$ und $(-a-b)^2=(a+b)^2$ )
$\Leftrightarrow$	$(3+v)(3-v) - 4(1+v)^2 = (2+v)^2 - 6v^2$	(ausmultiplizieren)
$\Leftrightarrow$	$9 - v^2 - 4(1+2v+v^2) = 4+4v+v^2 - 6v^2$	(Klammer auflösen)
$\Leftrightarrow$	$9 - v^2 - 4 - 8v - 4v^2 = 4+4v+v^2 - 6v^2$	(zusammenfassen)
$\Leftrightarrow$	$5 - 5v^2 - 8v = 4+4v - 5v^2$	$  + 5v^2$
$\Leftrightarrow$	$5 - 8v = 4+4v$	$  + 8v$
$\Leftrightarrow$	$5 = 4+4v+8v$	
$\Leftrightarrow$	$5 = 4+12v$	$  - 4$
$\Leftrightarrow$	$5-4 = 12v$	
$\Leftrightarrow$	$1 = 12v$	$  \div 12$
$\Leftrightarrow$	$1 \div 12 = v$	
$\Leftrightarrow$	$\frac{1}{12} = u$ , $\frac{1}{12} \in \mathbb{Q}$	
$\Rightarrow$	$L = \{\frac{1}{12}\}$	

zu 23)  $\frac{4}{9}(3w - \frac{1}{2})(1 - 6w) = -2(2w)^2 + 2\frac{2}{3}w$  ,  $G = \mathbb{Q}$

$$\begin{aligned} & \frac{4}{9}(3w - \frac{1}{2})(1 - 6w) = -2(2w)^2 + 2\frac{2}{3}w && \text{(ausmultiplizieren)} \\ \Leftrightarrow & \frac{4}{9}(3w - 18w^2 - \frac{1}{2} + 3w) = -2 \cdot 4w^2 + 2\frac{2}{3}w && \text{(zusammenfassen)} \\ \Leftrightarrow & \frac{4}{9}(6w - 18w^2 - \frac{1}{2}) = -8w^2 + 2\frac{2}{3}w && \text{(Klammer auflösen)} \\ \Leftrightarrow & \frac{8}{3}w - 8w^2 - \frac{2}{9} = -8w^2 + 2\frac{2}{3}w && \quad | +8w^2 \\ \Leftrightarrow & \frac{8}{3}w - \frac{2}{9} = 2\frac{2}{3}w && \text{(gemischte Zahl in einen unechten Bruch verwandeln)} \\ \Leftrightarrow & \frac{8}{3}w - \frac{2}{9} = \frac{8}{3}w && \quad | -\frac{8}{3}w \\ \Leftrightarrow & -\frac{2}{9} = 0 && \text{Widerspruch } \forall w \in \mathbb{Q} \\ \Rightarrow & L = \{ \} \end{aligned}$$

zu 24)  $(5 - 2x)(1 + 3x) - (2 + 3x)^2 = -5x(3x + 1) + 3$  ,  $G = \mathbb{Q}$

$$\begin{aligned} & (5 - 2x)(1 + 3x) - (2 + 3x)^2 = -5x(3x + 1) + 3 && \text{(ausmultiplizieren)} \\ \Leftrightarrow & 5 + 15x - 2x - 6x^2 - (4 + 12x + 9x^2) = -15x^2 - 5x + 3 && \text{(zusammenfassen)} \\ \Leftrightarrow & 5 + 13x - 6x^2 - (4 + 12x + 9x^2) = -15x^2 - 5x + 3 && \text{(Klammer auflösen)} \\ \Leftrightarrow & 5 + 13x - 6x^2 - 4 - 12x - 9x^2 = -15x^2 - 5x + 3 && \text{(zusammenfassen)} \\ \Leftrightarrow & 1 + x - 15x^2 = -15x^2 - 5x + 3 && \quad | +15x^2 \\ \Leftrightarrow & 1 + x = -5x + 3 && \quad | +5x \\ \Leftrightarrow & 1 + x + 5x = 3 && \\ \Leftrightarrow & 1 + 6x = 3 && \quad | -1 \\ \Leftrightarrow & 6x = 3 - 1 && \\ \Leftrightarrow & 6x = 2 && \quad | \div 6 \\ \Leftrightarrow & x = 2 \div 6 && \\ \Leftrightarrow & x = \frac{1}{3} , \frac{1}{3} \in \mathbb{Q} && \\ \Rightarrow & L = \{ \frac{1}{3} \} \end{aligned}$$

zu 25)  $\frac{1}{2}z(z-3) + \frac{1}{4}(2z - \frac{1}{2}) = z(\frac{1}{2}z - \frac{1}{3}) - 2 + 3(z+1)$  ,  $G = \mathbb{Q}$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}z(z-3) + \frac{1}{4}(2z - \frac{1}{2}) = z(\frac{1}{2}z - \frac{1}{3}) - 2 + 3(z+1) && \text{(ausmultiplizieren)} \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{2}z^2 - \frac{3}{2}z + \frac{1}{2}z - \frac{1}{8} = \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{3}z - 2 + 3z + 3 && \text{(zusammenfassen)} \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{2}z^2 - z - \frac{1}{8} = \frac{1}{2}z^2 + \frac{8}{3}z + 1 && | -\frac{1}{2}z^2 \\ \Leftrightarrow & -z - \frac{1}{8} = \frac{8}{3}z + 1 && | +z \\ \Leftrightarrow & -\frac{1}{8} = \frac{8}{3}z + z + 1 \\ \Leftrightarrow & -\frac{1}{8} = \frac{11}{3}z + 1 && | -1 \\ \Leftrightarrow & -\frac{1}{8} - 1 = \frac{11}{3}z \\ \Leftrightarrow & -\frac{9}{8} = \frac{11}{3}z && | \div \frac{11}{3} \\ \Leftrightarrow & -\frac{9}{8} \div \frac{11}{3} = z \\ \Leftrightarrow & z = \frac{27}{88} \\ \Leftrightarrow & z = \frac{27}{88} , \frac{27}{88} \in \mathbb{Q} \\ \Rightarrow & L = \left\{ \frac{27}{88} \right\} \end{aligned}$$