Grundmenge

Ein weiterer Begriff aus der Mengenlehre, der in der Schule auch immer benutzt wird, ist die Grundmenge. In Algebra gibt die Grundmenge diejenige Menge an, aus der die Variablen beziehungsweise die Platzhalter stammen. In der Mathematik versteht man unter der Grundmenge Zahlenbereiche oder Zahlenmengen, die für bestimmte mathematische Überlegungen vorausgesetzt werden.

Grundsätzlich müssen diese Mengen nicht notwendigerweise Mengen aus Zahlen sein. Wenn es in einer Aussageform um Städte, Produktionsfaktoren oder auch Spiele geht, dann beinhaltet die Grundmenge eben die Elemente, die dafür vorgesehen sind.

Zum Beispiel trifft sich der kleine Hannes mit seinen Freunden, um mit ihnen Überraschungseierfiguren zu tauschen. Da er von mehreren Figuren etliche gleiche besitzt, könnte es zu einer mathematischen Aussageform mit einem Platzhalter kommen. Vielleicht könnte Hannes folgendes Problem haben: „Wenn ich von der Figur Z fünf besitze, von der Figur A aber nur eine, diese aber vermehren will -sagen wir um zwei - und der Wert von Z aber nur die Hälfte von A ist, wieviel müsste ich dann eintauschen?“. Die Grundmenge ist damit die Menge der Figuren aus allen Überraschungseiern und nicht etwa die Menge der rationalen Zahlen $\mathbf{Q}$. Genauso könnte es sein, dass man Gleichungen aufgestellt hat, in denen für die Variable nur gerade Zahlen (z.B. wegen Paarbildungen) einen Sinn machen.

Man kann also feststellen: Wenn man ein Problem aus dem Alltag, dem Berufsleben oder der Wissenschaft mathematisch formuliert hat und diese Abstrahierung Variablen beinhaltet, so muss man für diese Platzhalter auch Mengen zur Verfügung stellen, die eine Lösung durch Einsetzen von Elementen aus dieser Menge überhaupt ermöglichen. Allerdings soll dies nicht heißen, dass die mathematische Formulierung somit auch lösbar ist. Noch ein paar Beispiele:

1. Die Variable X gibt die Zugverbindung für folgendes Problem an: Heinz wohnt in München und möchte vor 20 Uhr in Berlin sein. Welche Zugverbindung X muss er wählen, wenn er frühestens um 12 Uhr abreisen will, damit er so wenig Zeit wie möglich im Zug sitzen muss?

Die Grundmenge ist hier die Menge aller Zugverbindungen in Europa.

2. Anton Vergesslich hat die Zahlen-Kombination seines Fahrradschlosses vergessen. Dieses hat drei Ringe mit jeweils 10 Ziffern. Er weiß nur noch, dass er ausschließlich gerade Zahlen verwendet hat und dass die Quersumme seiner Kombination 12 ist. Welche Ziffernfolge könnte er für sein Zahlenschloss verwendet haben?
Die Grundmenge dafür könnte die Menge der geraden positiven Zahlen sein.

3. Ab welcher Stückzahl beginnt ein Betrieb Gewinne zu erwirtschaften, wenn Erlöse nach der Funktion $E(x) = 25x-0{,}5x^2$ erzielt werden und sich die Kosten wie
$K(x) = 0{,}01x^3 -3x^2+12x+80$ verhalten?
Die Grundmenge ist sinnvollerweise die Menge der natürlichen Zahlen. (Lösungshinweis für Interessierte: $E(x) \geq K(x)$ setzen und nach x auflösen)

4. Wenn es um die Lösung der Gleichung $\left(x^2-2\right)e^{\frac{1}{2}x^2-1} = e^{\frac{1}{2}x^2-1} - xe^{\frac{1}{2}x^2-1}$ geht, dann macht es wiederum Sinn, die Menge der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ als Grundmenge zu nehmen.

In allen Beiträgen zur Algebra, der Lehre von Gleichungen und Ungleichungen, wird grundsätzlich die Menge der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ als Grundmenge angenommen, da dort die Lösungsalgorithmen im Vordergrund stehen. Solltet ihr allerdings auch andere Grundmengen wünschen, so dass man bei den Lösungsmengen auch auf die Grundmengen achten muss, so schreibt einfach eine kurze Email. Wir werden uns dann um Alternativen bemühen.

